



TITLE:

液晶内のディスクリネーションとその運動(流体力学におけるトポロジーの問題)

AUTHOR(S):

石橋, 善弘; 折原, 宏

CITATION:

石橋, 善弘 ...[et al]. 液晶内のディスクリネーションとその運動(流体力学におけるトポロジーの問題). 数理解析研究所講究録 1991, 769: 39-52

ISSUE DATE:

1991-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/82351>

RIGHT:

液晶内のディスクリネーションとその運動

名大工 石橋善弘 (Yoshihiro Ishibashi)

名大工 折原宏 (Hiroshi Orihara)

§ 1. 序

液晶内にはいろいろのディスクリネーションが存在し、また外部からの操作によりディスクリネーションを発生させることが可能である。ディスクリネーションの挙動を詳しく調べることは物性基礎論の立場のみならず、液晶の実用化に際しても極めて重要なことである。

液晶のディスクリネーションの運動を生じさせる力には、

- (i) ディスクリネーション線を出来るだけ短かくしようとする張力（ディスクリネーション線は幾何学的な“線”ではない。ディスクリネーションの1次元的“核”のまわりのある範囲に過剰な弾性的エネルギーが蓄積されている。したがって、そのようなディスクリネーション“線”を短くする方がエネルギー的に有利である）、
- (ii) ディスクリネーションを動かして、より安定な領域を拡大するように働く力、

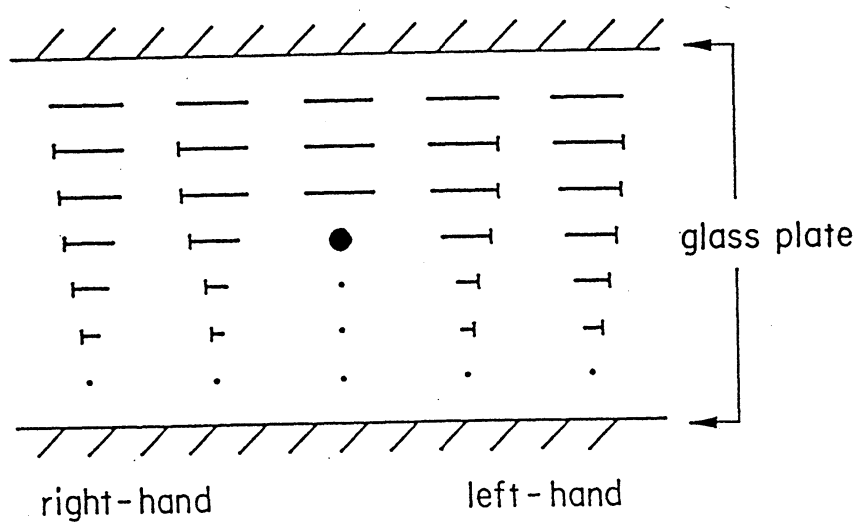
(iii) ディスクリネーション間の相互作用

等がある。本稿では、これらの力が働いて、ディスクリネーションがどのように動き、全体としてどのようなパターンが形成されるか、それらのパターンをどう把握するか、またパターンはどのような時間発展を示すかという問題について考察する。

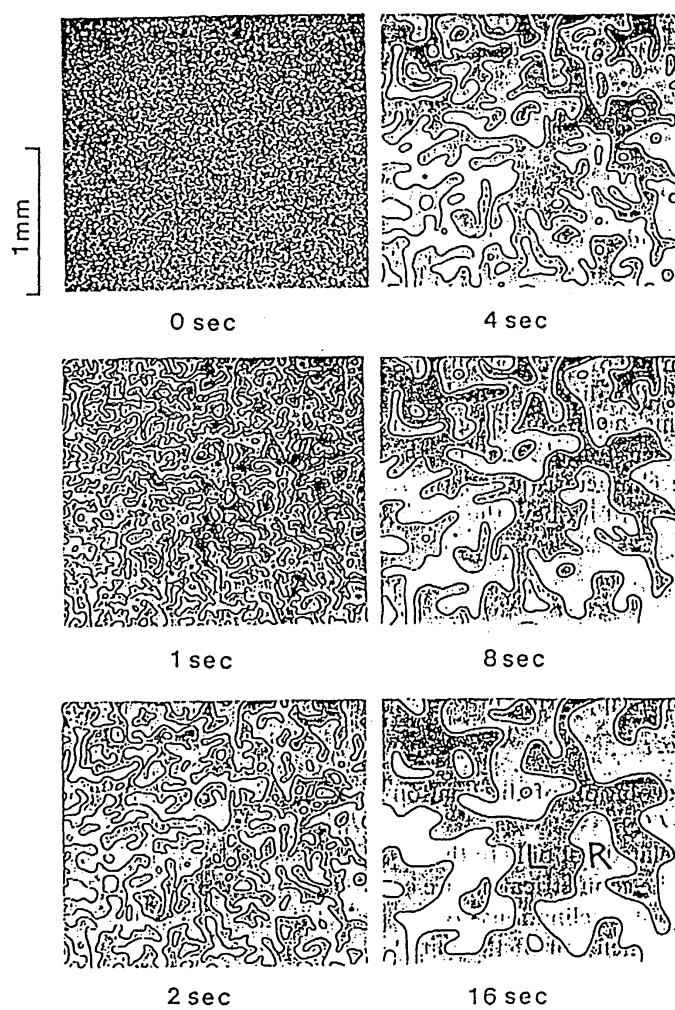
§ 2. 直交TN (twisted nematic)セルにおけるパターンの時間発展^{1, 2)}

いま、第1図のように、ネマチック液晶を2つのガラス板ではさむ。その際、ガラス板にラビング処理を施すことにより、液晶分子の配向方位を制御することができる。上下のガラス面で、液晶分子が互いに直交しているようなセルを直交TNセルとよぶ。このセルを等方相の温度からネマチック相の温度へ急冷すると、第1図に示すように右ねじれと左ねじれの領域にわかれ、その境界に $S = 1/2$ のディスクリネーションが出現する（ディスクリネーション線は紙面に垂直にはしっている）。セル厚が薄いと、ディスクリネーション線は2次元系における1次元的境界とみなせる。

さて、このようなディスクリネーションは偏向顕微鏡を用いて容易に観測でき、また運動の時間スケールも直接観察に



第1図 右ねじれと左ねじれ



第2図 直交TNセルにおけるパターンの時間発展

適している。即ち実空間・実時間の観察が可能である。ディスクリネーションの運動、それに伴うパターンの時間発展を示したのが第2図である。

先に述べたように、ディスクリネーションの周りには過剰のエネルギーが集積されているので、張力が発生し、ディスクリネーションが運動する。そのとき、線に垂直な方向の運動速度 v

$$v = \Gamma K \quad (1)$$

となる。ただし、 Γ は運動係数、 K は曲率である。

第2図の中には、ループ状をなすディスクリネーション線がある。(1)式より、その半径 R の時間発展は、

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{\Gamma}{R} \quad (2)$$

$$\therefore R^2 = 2\Gamma(t_0 - t). \quad (3)$$

ただし、 t_0 はループが消滅する時刻である。観測結果から

$$\Gamma = 190 \mu m^2 / sec \quad (4)$$

と推定できる。

次に、第2図に示すパターンを、全体として見てみよう。急冷直後には、ディスクリネーション線が入りくんだ非常に

複雑なパターンがみられるが、時間の経過と共に、ディスクリネーション線がなめらかに、したがって短くなり、パターンが全体として粗くなっていくことが一目瞭然である。

これらのパターンを特徴づけるには、いろいろの量があるが、まず、ディスクリネーション線の全長 L の時間依存性を調べてみる（第3図）。すると、べき乗則

$$L_A(t) \propto t^{-\mu_A} \quad (5)$$

が成立することがわかる。セルを幾つかつくって調べてみたところ、 $\mu_A = 0.5$ となっている。これは Allen - Cahn の理論とよく一致している。³⁾

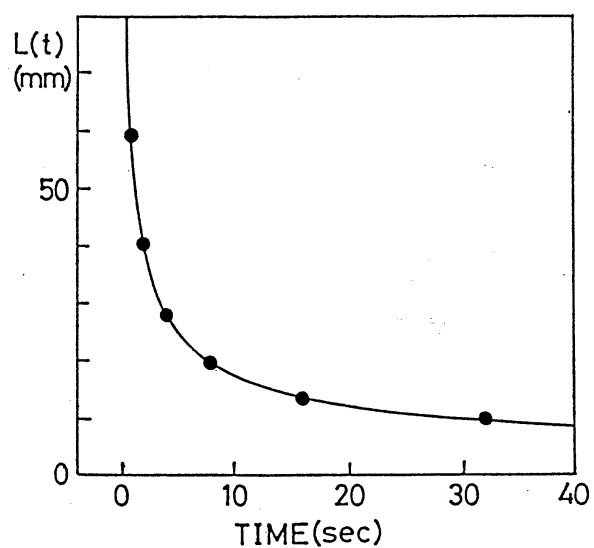
次に右ねじれ、左ねじれの領域がどのように分布しているかを調べてみる。いま、右ねじれの領域で $S(\mathbf{r}, t) = 1$ 、左ねじれの領域で $S(\mathbf{r}, t) = -1$ となる関数 $S(\mathbf{r}, t)$ を定義すると、時間が経過しても

$$\int_V S(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \approx 0 \quad (6)$$

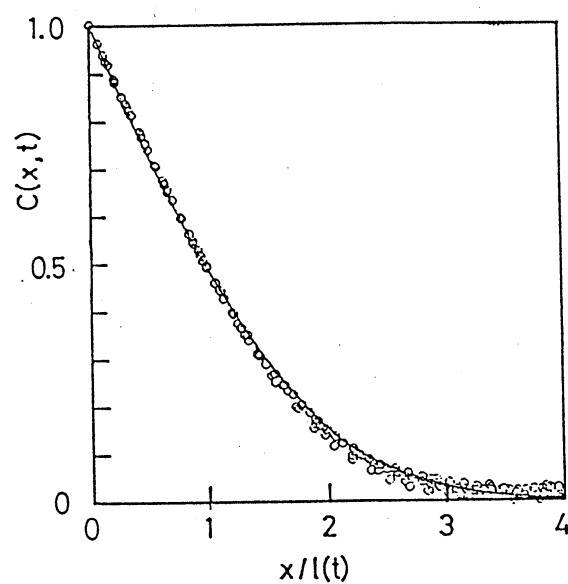
(V は面積) となっている。パターンの粗さを考察するため、相関関数 $C(\mathbf{r}, t)$

$$C(\mathbf{r}, t) \equiv \langle S(\mathbf{r}, t) S(0, t) \rangle \quad (7)$$

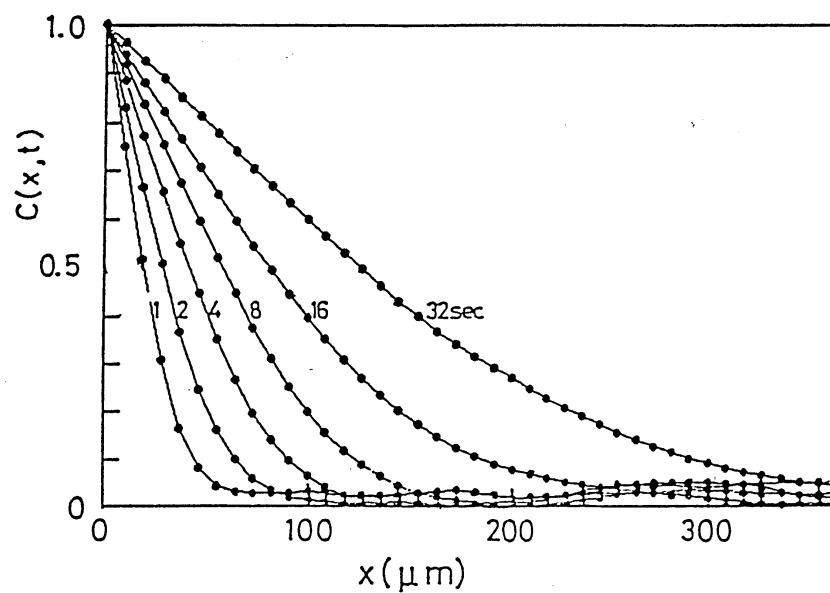
を定義する。第4図に各時刻における相関関数を示す。いま、



第3図 ディスクリネーション線の全長の時間依存性



第5図 距離をスケールした相関関数



第4図 相関関数の距離依存性

$C(l_A, t) = 1/2$ となる l_A を相関距離と定義する。この l_A がパターンに内在する特性距離である。いうまでもなく、パターンが粗いほど l_A は長い。 l_A の時間発展をプロットすると

$$l_A \propto t^{v_A} \quad (8)$$

が成立すること、 $v_A = 0.50 \pm 0.02$ であることがわかった。 $\mu_A \approx v_A$ が成立している。

さて、この $l_A(t)$ で長さをスケールして、 $C(r, t)$ を $C(r/l_A(t), t)$ の型に書直すと、第5図に示すように、ほぼひとつのユニバーサル曲線の上に乗ることがわかる。これは、ダイナミック・スケーリング則が成立していることを示す。なお、この曲線は、Ohta-Jansow-Kawasakiの理論式⁴⁾とよく一致しており、そこから求めた Γ は

$$\Gamma \approx 210 \mu m^2 / sec \quad (9)$$

となる。これは、(4) とほぼ一致していて、満足できる値である。

以上は、ディスクリネーションの運動を、集合全体として把握したものであるが、各々のディスクリネーションの運動もまた興味ある研究対象である。^{2, 5)} それを調べるため、初期のパターンから、出来るだけ長いディスクリネーションを取り出し、その運動を追跡してみる(第6図)。このとき、長さ $L_s(t)$ は、やはり、べき乗則

$$L_s(t) \propto t^{-\mu_s} \quad (10)$$

に従うこと、 $\mu_s \approx 0.36$ となることがわかった。これについては後でふれる。

ところで、1本の曲線の形を特徴づける量として、曲線上においた単位接線ベクトルの相関を意味する相関関数

$$C_t(s, t) \equiv \langle \mathbf{t}(s, t) \cdot \mathbf{t}(0, t) \rangle \quad (11)$$

を定義する。ここで、 s はディスクリネーション線上の2点間の距離である。 $C_t(l_s, t) = 1/2$ となる距離 l_s を相関距離と定義すると、これも、べき乗則

$$l_s(t) \propto t^{v_s}, \quad v_s = 0.47 \pm 0.05 \quad (12)$$

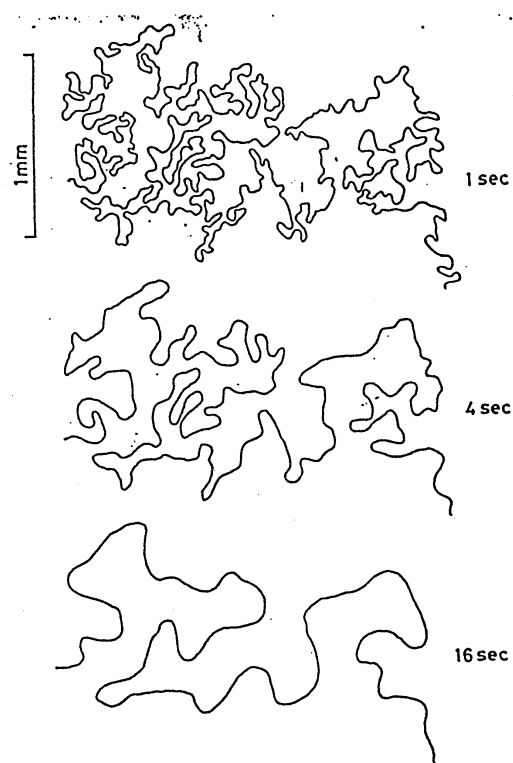
に従う。この l_s を用いて、長さをスケールして

$C_t(s/l_s(t), t)$ をプロットすると、第7図に示すように、異なる時刻の相関関数がだいたいひとつのユニバーサルな曲線にのることがわかる。これもまた、ダイナミック・スケーリング則の成立を意味している。なお、この曲線は、理論的に

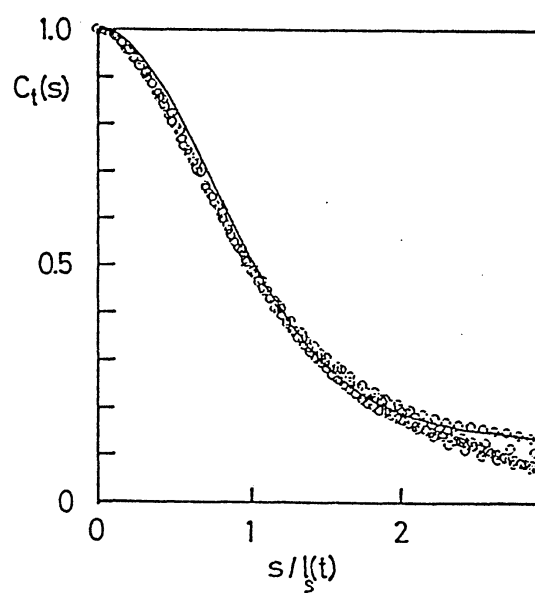
$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(xx')^2} |x'|^{-2(D-1)/D} dx' / \Gamma\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{2}\right),$$

$$l_s^2(t) = (8\Gamma/D)t \quad (13)$$

と求められていて⁵⁾、理論と観測結果はよく一致している。



第 6 図 ディスクリネーション線の時間発展



第 7 図 距離をスケールしたときの相関関数

ところで、(10)式の指数 μ_s は、 $t=0$ におけるフラクタル次元 D を使って

$$\mu_s = (D - 1) / 2 \quad (14)$$

と書けることがわかっている。観測結果から $D \approx 1.65$ が得られる。 D が2より小さいのは、 $t=0$ におけるディスクリネーションが全空間(全面)を埋めつくしてはいないのであるから、当然である。

§ 3. バブル・ドメインから出るディスクリネーションの消滅過程⁶⁾

本節では、ディスクリネーションの運動が、ディスクリネーション間の相互作用で規定される系について述べる。

いま、誘電異方性が負の液晶MBBA(重量比で99.5:0.5程度の微量のコレステリック・クロライドを添加したもの)を用い、その配向がガラス板に垂直になっているような薄いセルをつくる。これに、低周波(50 Hz)および高周波(5 kHz)の電場を印加することにより、大部分の液晶分子の配向がガラス板に平行になるようにすることができ、あちこちにバブル・ドメインをつくり出すことができる(第8図)。これらのバブル・ドメインの中心は $S = 1$ ディスクリネーションになっている。そうすると、バブル・ドメインの外側に

$S = 1$ ディスクリネーションと同一の $S = -1$ ディスクリネーションが発生する（第 9 図）。 i 番目のディスクリネーションには、他のディスクリネーションから、力

$$F_i = 2\pi K S_i \sum_{j \neq i} S_j \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|^2} \quad (15)$$

が作用する。 $S = 1$ と $S = -1$ のディスクリネーションの間には引力が作用するので、時間の経過と共に、互いに接近し、逐には合体、消滅する。

ディスクリネーションの運動は遅いので、運動中のディスクリネーションに作用する力は、散逸力とバランスするであろう。後者を速度に比例するとおくと、運動方程式は

$$\gamma \frac{dr_i}{dt} = F_i \quad (16)$$

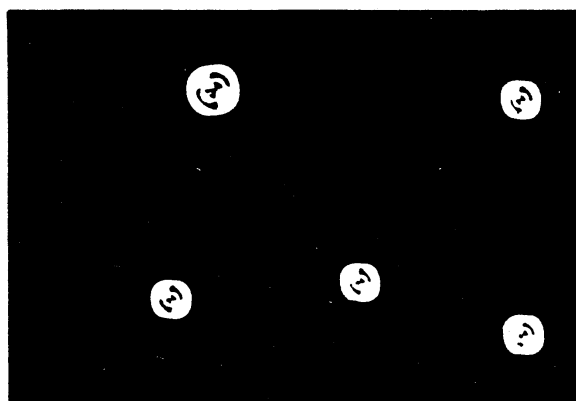
となる。ただし、 γ は運動係数である。近傍に他のディスクリネーションがないような、1 対の $+1$ 、 -1 のディスクリネーションだけを取り出して考えると、それらの間の距離を l として、

$$G \frac{dl}{dt} = -\frac{2}{l}, \quad G = \gamma / 2\pi K \quad (17)$$

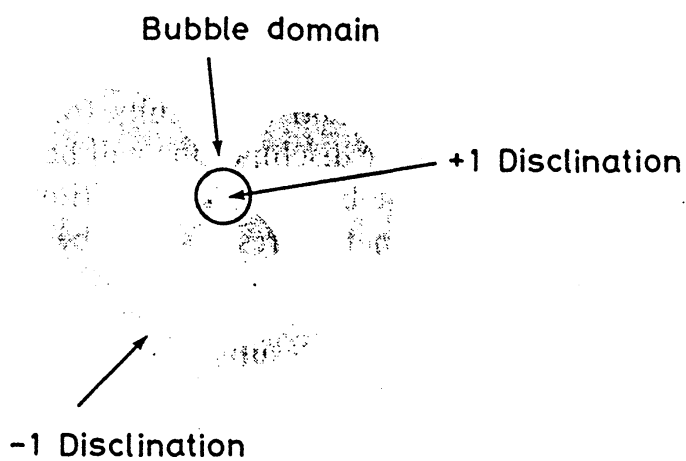
となる。したがって

$$G l^2 = -t + t_0, \quad (18)$$

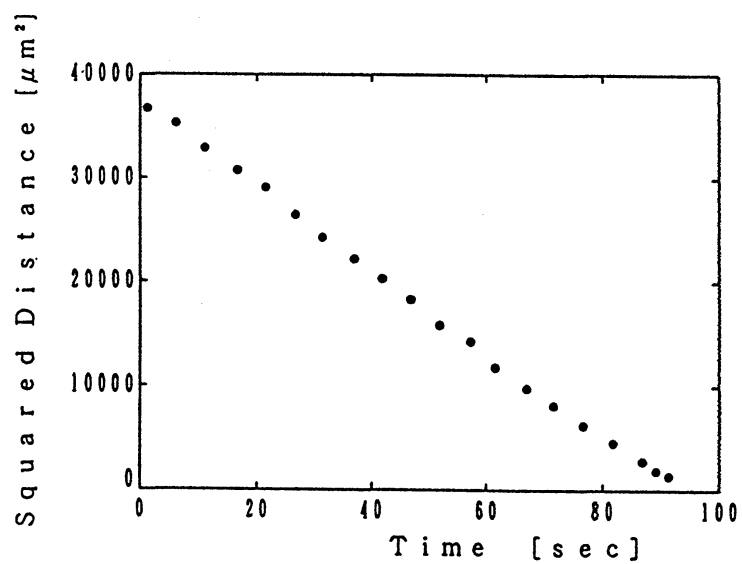
ただし、 t_0 はディスクリネーションが合体消滅する時刻である。これを実際に測定した結果を第 10 図に示す。(18)



第 8 図 バブル・ドメイン



第 9 図 +1、-1のディスクリネーション対



第 10 図 ディスクリネーション間
距離の時間依存性

式との一致は概ね良好である。

§ 4 . 結 語

§ 1 . で述べたように、ディスクリネーションの運動の原因となる力は、大体 3 つに大別できよう。そのうち § 2 で述べたのは、ディスクリネーションの曲率によってきまるような系、§ 3 で述べたのは、相互作用によってきまるような系である。本稿ではふれなかったが、もうひとつの、ディスクリネーションの両側の熱力学的な安定性できまる系の例としては、強誘電性液晶の電場によるスイッチングがある。これについては、液晶の実用化の問題とからんでいろいろ研究が行われている⁷⁾。

いずれにしろ、液晶中のディスクリネーションの運動は、実時間・実空間の観察に適しており、観察によって得られる情報は極めて豊富である。

参考文献

- 1) H. Orihara and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 55 (1986) 2151.
- 2) H. Orihara, M. Nakamura and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 59 (1990) 2355.
- 3) S. M. Allen and J. W. Cahn: Acta Metall. 27 (1979) 1085.
- 4) Ohta, Jasnow and K. Kawasaki: Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1223.
- 5) H. Orihara and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987) 2340.
- 6) T. Nagaya, H. Hotta, H. Orihara and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 60 (1991) 1572.
- 7) H. Orihara, Y. Ishibashi and Y. Yamada: J. Phys. Soc. Jpn. 57 (1988) 4101.